

CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICĂ „SFERA”- EDIȚIA A XI-A

BĂILEȘTI, 22 MARTIE 2014

CLASA a VIII-a



Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Fie $x, y \in \mathbb{R}$. Valoarea minimă a expresiei $E(x,y) = x^2 + 4y^2 - 12x - 8y + 40$ este egală cu:

- a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.

2. Numărul maxim de plane determinate de cinci puncte necoplanare este a iar numărul maxim de drepte determinate de alte cinci puncte este b . Numărul $a - b$ are valoarea:

- a) 3; b) 2; c) 1; d) 0.

3. Rezultatul calculului $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$ este.:

- a) $\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) 2 d) $4\sqrt{2}$.

4. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $[a, b] \cap \left[\frac{a+3}{2}, \frac{b+4}{2}\right] = [1, 3]$. Valoarea produsului $a \cdot b$ este egală cu:

- a) -6 b) 3 c) -3 d) 6

5. Fie ABCDA'B'C'D' un cub. Măsura unghiului format de planul (A'BC) cu planul (C'BD) este egală cu:

- a) 90° b) 45° c) 60° d) 72°

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

În triunghiul ABC cu $[AB] \equiv [AC]$, mediatoarea laturii $[AB]$ intersectează pe (BC) în punctul T. În punctul A construim $DA \perp (ABC)$ și notăm cu P, respectiv Q proiecțiile punctului A pe dreptele DT, respectiv DC. Demonstrați că punctele B, P, Q sunt coliniare.

Prof. Ionel Tudor, Giurgiu, G.M. 5/2009,

Problema 2 (20 puncte)

Arătați că $\frac{2(x+y)}{3} + \frac{1}{3xy} + \frac{3}{x+y} \geq 3$, pentru orice numere reale strict pozitive x și y .

Prof. Ionut Ivănescu, „Sfera Matematicii” nr.1 (2008-2009)

Timp de lucru: 2 ore 30 minute. Din oficiu: 10 puncte